



REPUBLICA DE COLOMBIA
 MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
 INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS FLORES



Aprobación oficial: Resoluciones N° 262 de noviembre de 2004 y 0250 de junio de 2005 de la secretaría de Educación y Cultura del Cesar
 NIT: 824400469-4

FORMATO GENERAL DE PRESENTACIÓN DE GUIAS DE TRABAJO CON ESTUDIANTES DE LA I.E LAS FLORES ANTE LA EMERGENCIA GENERADA POR EL COVID 19.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS FLORES GUÍA DE APRENDIZAJE		
Nombre área o asignatura.	Matemáticas: Algebra	
Docente(s) responsable(s)	Nicolás Muñoz Moreno (321 6186577) Raúl Emiro Pino S (3156809120)	
Fecha de envío:	Fecha para recepción resuelto:	IV COHORTE
Nombre del estudiante		Grado escolar: Octavo
Nombre del padre de familia		
No. de celular de contacto		
Descripción de la actividad a desarrollar		
Tema:	FACTORIZACIÓN CASOS DE FACTORIZACIÓN: Factor común, Trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados, trinomio de la forma $x^2 + bx + x$ y $ax^2 + bx + x$, suma o diferencia de dos potencias iguales.	
Objetivo:	- Factorizar polinomios con los que, al agrupar sus términos, se pueda obtener factor común. - Factorizar polinomios utilizando las identidades notables anteriormente estudiadas.	
Competencia(s) a desarrollar:	-Desarrolla técnicas para factorizar polinomios, en particular, la diferencia de dos cuadrados, la suma y diferencia de potencias impares, los trinomios cuadrados perfectos y otros trinomios factorizables	
Horario de consulta:	Con el fin de garantizar el proceso de enseñanza- aprendizaje para los estudiantes durante la emergencia sanitaria, los docentes estarán disponibles todos los días de lunes a viernes	
Descripción de evaluación:	Entrega de las actividades y forma en el tiempo propuesto por el docente. Se evaluará mediante situaciones planteadas (ejercicios, problemas) durante el desarrollo de la clase virtual. Responder a las actividades propuestas en la página de pinomat, apoyado mediante la plataforma de https://www.thatquiz.org/es/ Al final del periodo el estudiante hará una autoevaluación en cuanto a su participación, disposición, comportamiento, interés y entrega de trabajos o actividades a tiempo	
Normas de trabajo en casa:	Escoger un lugar de estudio donde pueda concentrarse. Establecer un horario rutinario a diario como cuando asiste a clases presenciales. Mantenerse alejado de las distracciones. Preparar todo el material que necesite a la hora de trabajar con las guías (lapiceros, regla, borrador, colores, etc) Planificar los tiempos de descanso Escribir las inquietudes sobre los temas de las guías para consultar al profesor por cualquier medio.	

V°B° digital Docente

V°B° digital Coordinador I.E Las Flores

ÁREA: MATEMÁTICAS

EJE TEMÁTICO: FACTORIZACIÓN: FACTOR COMÚN, FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

EBC: Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

DBA: Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones

EVIDENCIA: Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables

FACTORIZACIÓN

Llamamos factorización al proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer un número o una expresión algebraica.

Factorizar significa expresar en factores, es decir, expresar en términos o valores que se multipliquen. El proceso que consiste en encontrar varios números cuyo producto sea igual a un número dado se conoce con el nombre de factorización.

Ejemplo:

3 y 5 son factores primos de 15, porque $(3)(5) = 15$

2 y 3 son factores primos de 6, porque $(2)(3) = 6$

$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ factorizada en factores primos, también se puede expresar $2^2 \cdot 7$

Mientras que $28 = 4 \cdot 7 = 14 \cdot 2 = 1 \cdot 28$ (no está expresado en factores primos)

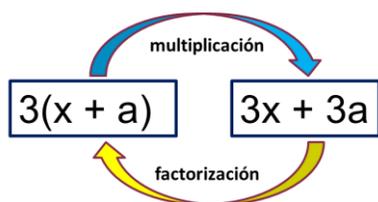
recordemos

36	2	
18	2	
9	3	
3	3	
1		↑
		Factores primos

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS: Vamos a recordar la propiedad distributiva del producto con respecto a la suma. Por ejemplo, si queremos resolver $3(x + a)$, observamos que es una expresión algebraica compuesta por dos factores, es decir, dos expresiones que se multiplican: un monomio y un binomio. Entonces, aplicamos la propiedad distributiva del producto con respecto a la suma, multiplicando $3(x) + 3(a)$, y nos queda:



Hallar el producto y descomponer en factores primos son dos procesos inversos

El factor común de un polinomio es el máximo común divisor de los términos del polinomio. Para obtener el otro factor, se divide cada término del polinomio por el factor común

CASOS DE FACTORIZACIÓN

FACTOR COMÚN Se aplica en binomios, trinomios y polinomios de cuatro términos o más. No aplica para monomios.

- Es el primer caso que se debe inspeccionar cuando se trata de factorizar un polinomio.
- El factor común es aquello que se encuentra multiplicando en cada uno de los términos. Puede ser un número, una letra, varias letras, un signo negativo, una expresión algebraica (encerrada en paréntesis) o combinaciones de todo lo anterior

COMO REALIZAR LA FACTORIZACIÓN:

De los coeficientes de los términos, se extrae el MCD (Máximo Común Divisor) de ellos.

- De las letras o expresiones en paréntesis repetidas, se extrae la de menor exponente.
- Se escribe el factor común, seguido de un paréntesis donde se anota el polinomio que queda después de que el factor común ha abandonado cada término.

EJEMPLO: a) $3x + 3y = 3(x + y)$

b) $10a - 15b = 5(2a - 3b)$

c) $mp + mq - mr = m(p + q - r)$

d) $x^3y^2 + x^7y = x^3y(y + x^4)$

e) $3x^2 - 9ax + 6x = 3x(x - 3a + 2)$

f) $x(a + 1) - t(a + 1) + 5(a + 1) = (a + 1)(x - t + 5)$

FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS: Algunas veces es necesario agrupar los términos del polinomio de tal forma que podemos extraer un nuevo factor común.

COMO REALIZAR LA FACTORIZACIÓN:

- Agrupar términos con factores comunes, usando la propiedad asociativa.
- Factorizar (Caso I) en cada grupo, los factores comunes.
- Identificar el máximo término común.

Ejemplo

a) $a^2 + ab + ax + bx = (a^2 + ab) + (ax + bx)$ identificamos el factor, luego se divide la expresión
 $= a(a + b) + x(a + b)$
 $= (a + b)(a + x)$

b) $3m^2 - 6mn + 4m - 8n = (3m^2 - 6mn) + (4m - 8n)$
 $= 3m(m - 2n) + 4(m - 2n)$
 $= (m - 2n)(3m + 4)$

c) $6ax + 3a + 1 + 2x = (6ax + 3a) + (1 + 2x)$
 $= 3a(2x + 1) + (1 + 2x)$
 $= (2x + 1) + (1 + 3a)$

ACTIVIDAD

1. Descomponer en dos factores

a) $6ab + 9a^2b + 3ab^2$

b) $15a^2b + 5a^3b^3$

c) $xy - 2x - 3y + 6$

d) $10x^2 + 25x + 15$

e) $m(b + 3) - n(b + 3)$

e) $x^2 + x + xy + y$

f) $2x + 4xy + 3z + 6yz$

g) $2x^2 + 2xy - 3zx - 3zy$

PUEDES OBTENER MAYOR EXPLICACIÓN EN LA PAGINA DE PINOMAT

<https://pinomat.jimdofree.com/grado-octavo/>

ÁREA: MATEMÁTICAS

EJE TEMÁTICO: FACTORIZACIÓN: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO, DIFERENCIA DE CUADRADOS

EBC: Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

DBA: Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones

EVIDENCIA: Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO: El trinomio debe estar organizado en forma ascendente o descendente (cualquiera de las dos).

- Tanto el primero como el tercer término deben ser positivos. Asimismo, esos dos términos deben ser cuadrados perfectos (es decir, deben tener raíz cuadrada exacta).

COMO REALIZAR LA FACTORIZACIÓN:

Primero debemos verificar que se trata de un Trinomio Cuadrado Perfecto (TCP). Para ello extraemos la raíz cuadrada tanto del primer como del tercer término.

- Realizamos el doble producto de las raíces obtenidas y comparamos con el segundo término (sin fijarnos en el signo de éste). Si efectivamente nos da, entonces tenemos un TCP.

- La factorización de un TCP es un binomio al cuadrado, que se construye anotando las raíces cuadradas del primer y tercer término, y entre ellas el signo del segundo término

EJEMPLO:

$$a) x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Si el doble producto de estas raíces coincide con el término del segundo, entonces será un trinomio cuadrado perfecto

b) $9x^2 + 12xy + 4y^2$

Buscamos la raíz cuadrada de los extremos del trinomio

$$9x^2 + 12xy + 4y^2$$

Raíz cuadrada de los extremos del trinomio

$$\begin{matrix} \updownarrow & & \updownarrow \\ (3x) & & (2y) \end{matrix}$$

Verificamos que el término del centro es 2 por la raíz del primero por la raíz del segundo: $2(3x)(2y) = 12xy$.

Luego, el trinomio $9x^2 + 12xy + 4y^2$, factorizado, es $(3x + 2y)^2$ y se escribe:

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 = (3x + 2y)^2$$

c) $4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2$

d) $m^4 - 2m^2 + 1 = (m^2 - 1)^2$

e) $16a^2 - 20a + 4 = \text{NO}$ es un trinomio cuadrado perfecto

f) $16x^2 + 25y^2 - 40xy$ **Se ordenan**

$$16x^2 - 40xy + 25y^2 = (4x - 5y)^2$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS: Para factorizar una diferencia de cuadrados perfectos se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo, luego se expresa como el producto de dos factores; el primero de ellos es la suma de las raíces cuadradas de los dos términos y el segundo factor corresponde a la diferencia de las raíces cuadradas de los dos términos, es decir:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo:

$$a) x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$$

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$b) x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$$

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$c) m^2 - 49 = (m + 7)(m - 7)$$

$$\sqrt{m^2} = m$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$b) 9 - 64x^2 = (3 + 8x)(3 - 8x)$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{64x^2} = 8x$$

$$c) m^4 - n^4 = (m^2 + n^2)(m^2 - n^2)$$

$$\sqrt{m^4} = m^2$$

$$\sqrt{n^4} = n^2$$

ACTIVIDAD

1. Descomponer en dos factores

$$a) x^2 - 6xy + 9y^2 =$$

$$b) 4m^2 + 12m^2 + 9 =$$

$$c) 16a^2 - 20a + 4 =$$

$$d) 25a^2 - 30ab + 9b^2$$

$$e) x^2 - 9y^2 =$$

$$f) 4m^2 - 25 =$$

$$g) 16a^2 - 4 =$$

$$h) 25a^2 - 9b^2$$

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LAS FLORES

GRADO OCTAVO

ÁREA: MATEMÁTICAS

EJE TEMÁTICO: FACTORIZACIÓN: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN, TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

EBC: Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

DBA: Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones

EVIDENCIA: Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN: Existen algunos trinomios, en los cuales su primer y tercer términos son cuadrados perfectos (tienen raíz cuadrada exacta), pero su segundo término no es el doble producto de sus raíces cuadradas.

$x^4 + 2x^2 + 9$, no es un trinomio cuadrado perfecto.

Para que un trinomio de estos se convierta en un trinomio cuadrado perfecto, se debe sumar y restar un mismo número (semejante al segundo término) para que el segundo término sea el doble producto de las raíces cuadradas del primer y último término. A este proceso se le denomina completar cuadrados.

COMO REALIZAR LA FACTORIZACIÓN:

- Se verifica si el trinomio dado es cuadrado perfecto, extrayendo la raíz cuadrada del primer y tercer término y multiplicando 2 por el producto de dichas raíces.
- Si el segundo término del trinomio original no es igual al segundo término verificado, entonces se establece la diferencia; y ésta se sumará y se restará a la expresión.
- Se forma una nueva expresión sumando la diferencia después del segundo término original y restándola al final de la expresión. $ax^2+bx+dx+c^2-dx$. (siendo dx la diferencia que se estableció entre los términos)
- Se escribe entre paréntesis el trinomio cuadrado perfecto establecido y simplificado y a continuación el último término de la nueva expresión.
- Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto y se simplifica para formar una diferencia de cuadrados.
- Se factoriza la diferencia de cuadrados perfectos y se simplifica para llegar a la solución. Ejemplo:

Factorizar la expresión

a) $x^4 + x^2y^2 + y^4$

Verificando si el trinomio dado es cuadrado perfecto:

Raíz cuadrada de $\sqrt{x^4} = x^2$ y raíz cuadrada de $\sqrt{y^4} = y^2$

$\rightarrow 2(x^2)(y^2) = 2x^2y^2$ (Este debería ser)

$2x^2y^2 - x^2y^2 = x^2y^2$ (Esto es lo que falta)

- Por lo tanto, debemos **sumar x^2y^2** , para completar el trinomio cuadrado perfecto, y a la vez **restar x^2y^2** para no alterar la expresión:

$x^4 + x^2y^2 + x^2y^2 + y^4 - x^2y^2$

- Escribiendo entre paréntesis el trinomio cuadrado establecido y simplificado, y a continuación el otro término:

$(x^4 + 2x^2y^2 + y^4) - x^2y^2$

- Factorizando el trinomio cuadrado perfecto y simplificado para encontrar una diferencia de cuadrados:

$(x^2 + y^2)^2 - x^2y^2$

O también

- Factorizando la diferencia de cuadrados:

Solución. $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$

Ordenado $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

a) $x^4 + x^2y^2 + y^4$

$\sqrt{x^4} = x^2$ $\sqrt{y^4} = y^2$

$2 \cdot x^2 \cdot y^2 = 2x^2y^2$

Le falta x^2y^2

$$\begin{array}{r} x^4 + x^2y^2 + y^4 \\ + x^2y^2 \quad - x^2y^2 \\ \hline x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 \\ (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 \\ (x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy) \\ \text{ordenado } (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) \end{array}$$

<http://pinomat.iimdo.com/>

b) $a^4 - 6a^2 + 1$

Verificando si el trinomio dado es cuadrado perfecto:

Raíz cuadrada de $\sqrt{a^4} = a$ y raíz cuadrada de $\sqrt{1} = 1$

$\rightarrow -2(a^2)(1) = -2a^2$ (Este debería ser)

$-2a^2 - (-6a^2) = -2a^2 + 6a^2 = 4a^2$ (Esto es lo que falta)

- Por lo tanto, debemos **sumar $4a^2$** , para completar el trinomio cuadrado perfecto, y a la vez **restar $4a^2$** para no alterar la expresión. Formando la nueva expresión:

$$a^4 - 6a^2 + 4a^2 + 1 - 4a^2$$

- Escribiendo entre paréntesis el trinomio cuadrado establecido y simplificado, y a continuación el otro término:

$$(a^4 - 6a^2 + 4a^2 + 1) - 4a^2$$

$$(a^4 - 2a^2 + 1) - 4a^2$$

- Factorizando el trinomio cuadrado perfecto y simplificado para encontrar una diferencia de cuadrados:

$$(a^2 - 1)^2 - 4a^2$$

$$(a^2 - 1)^2 - (2a)^2$$

- Factorizando la diferencia de cuadrados:

$$(a^2 - 1 + 2a)(a^2 - 1 - 2a)$$

$$(a^2 + 2a - 1)(a^2 - 2a - 1)$$

c) $x^4 + 3x^2 + 4$

Raíz cuadrada de x^4 es x^2

Raíz cuadrada de 4 es 2

Doble producto de la primera raíz por la segunda: $2(x^2)(2) = 4x^2$

El trinomio $x^4 + 3x^2 + 4$ no es trinomio cuadrado perfecto, entonces:

$$x^4 + 3x^2 + 4$$

$$x^4 + 3x^2 + 4$$

$$+ x^2 \quad - x^2 \quad \text{Se suma y se resta } x^2$$

$(x^4 + 4x^2 + 4) - x^2$ Se asocia convenientemente y se factoriza el trinomio cuadrado perfecto

$(x^2 + 2)^2 - x^2$ Se factoriza la diferencia de cuadrados

$(x^2 + 2 + x)(x^2 + 2 - x)$ Se ordenan los términos de cada factor

$$(x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)$$

TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

El trinomio debe estar organizado en forma descendente.

- El coeficiente del primer término debe ser uno (1).

- El grado (exponente) del primer término debe ser el doble del grado (exponente) del segundo término.

COMO REALIZR LA FACTORIZACIÓN:

Se abren dos grupos de paréntesis.

- Se le extrae la raíz cuadrada al primer término y se anota al comienzo de cada paréntesis.
- Se definen los signos: el signo del primer paréntesis se obtiene al multiplicar los signos del primer y segundo término; el signo del segundo paréntesis se obtiene al multiplicar los signos del segundo y tercer término.
- Buscamos dos cantidades que multiplicadas den como resultado el término independiente (es decir **c**), y que sumadas den como resultado el coeficiente del segundo término (es decir **b**).
- Se anotan las cantidades que satisfacen las condiciones anteriores en los espacios en blanco de cada paréntesis, en sus lugares respectivos.

° Si el signo del tercer término es negativo, entonces uno será positivo y el otro negativo, el mayor de los dos números llevara el signo del segundo término del trinomio y el otro número llevara el signo contrario.

° Si el signo del tercer término es positivo, entonces los dos signos serán iguales (positivos o negativos), serán el signo del segundo término del trinomio. En general

- $x^2 + bx + c = (x + q)(x + s)$
- $x^2 - bx + c = (x - q)(x - s)$
- $x^2 - bx - c = (x - q)(x + s)$ **Donde b, c, q, s \in Z**

EJEMPLO:

Factorizar:

a) $x^2 + 5x + 6$

Abrimos dos grupos de paréntesis: $= (\quad)(\quad)$

Extraemos la raíz cuadrada del primer término ($\sqrt{x^2} = x$) y la anotamos al comienzo de cada paréntesis:

$$= (x \quad)(x \quad)$$

Definimos los signos en cada paréntesis: $= (x + \quad)(x + \quad)$

Se buscan dos cantidades que multiplicadas den **6** y que sumadas den **5**. Se trata de **3** y **2**. Entonces, anotamos esos números en los espacios en blanco y queda lista la factorización: $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

b) $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

multiplicamos (aplicamos la ley de los signos) $-5 \cdot 3 = -15$

sumamos (en este caso restamos por tener signos contrarios y aplicamos el valor absoluto) $-5 + 3 = -2$

entonces los números son $-5 + 3$

c) $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$

$$-4 \cdot (-3) = 12$$

$$-4 + (-3) = -7$$

ACTIVIDAD

1. factorizar

a) $x^4 - 45x^2 + 100$

b) $m^4 + 4m^2n^2 + 16n^4$

c) $a^4 - 3a^2b^2 + b^4$

d) $m^8 + m^4 + 1$

e) $x^2 + 10x + 24$

f) $x^2 - x - 42$

g) $x^2 - 9x + 14$

h) $x^2 - x - 12$

ÁREA: MATEMÁTICAS

EJE TEMÁTICO: FACTORIZACIÓN: TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$, CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

EBC: Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

DBA: Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones

EVIDENCIA: Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables

TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$: Este tipo de trinomio se diferencia del anterior debido a que el término al cuadrado (x^2) se encuentra precedido por un coeficiente diferente de uno (debe ser positivo). Este se trabaja de una manera un poco diferente.

COMO REALIZR LA FACTORIZACIÓN:

- Se multiplica todo el trinomio por el coeficiente del primer término indicando dicha multiplicación en el segundo término, para conservar su coeficiente.
- Se extrae la raíz cuadrada del primer término de esta última expresión, lo cual nos servirá como primer término de los dos factores binomios
- Se buscan dos números tales que multiplicados den el tercer término ya multiplicado y cuya suma sea el coeficiente no multiplicado del segundo término.
- Se forman dos factores binomios con los términos así encontrados, o sea, con la raíz cuadrada como primer término de cada uno de los binomios y los números encontrados como los segundos términos.
- Se divide el producto indicado de dichos factores binomios entre el coeficiente del primer término, para anular la multiplicación anterior.
- Se extrae el factor común en uno o en los dos factores binomios, según el caso para la simplificación.
- Se simplifica, el producto de los dos factores binomios que quedan en la factorización del trinomio.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } 2a^2 + 7a + 3 &= \frac{2(2a^2 + 7a + 3)}{2} \\
 &= \frac{4a^2 + 2(7a) + 6}{2} && \begin{array}{l} \text{producto } \mathbf{6} \cdot \mathbf{1} = 6 \\ \text{suma } \mathbf{6} + \mathbf{1} = 7 \end{array} \\
 &= \frac{(2a + \mathbf{6})(2a + \mathbf{1})}{2} \\
 &= \frac{2(a + 3)(2a + 1)}{2} \\
 &= (a + 3)(2a + 1)
 \end{aligned}$$

$$b) 6x^2 - 7x - 3 = \frac{6(6x^2 - 7x - 3)}{6}$$

$$\frac{36x^2 - 6(7x) - 18}{6}$$

$$= \frac{(6x - 9)(6x + 2)}{6}$$

producto $-9 \cdot 2 = -18$
 suma $-9 + 2 = -7$

$$= \frac{3(6x - 9) 2(6x + 2)}{3 \cdot 2}$$

$$= (2x - 3)(3x + 1)$$

Otra forma de factorizar estos trinomios es utilizando el **método del aspa**

$*2a^2 + 7a + 3$ $2a^2 + 7a + 3$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> \Downarrow $2a$ \nearrow </div> <div style="text-align: center;"> \Downarrow $+1$ \searrow </div> <div style="text-align: center;"> $\Rightarrow +a$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> a \searrow </div> <div style="text-align: center;"> $+3$ \nearrow </div> <div style="text-align: center;"> $\Rightarrow +6a$ </div> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> $+7a$ </div>		$*2b^2 + 5b - 3$ $2b^2 + 5b - 3$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> \Downarrow $2b$ \nearrow </div> <div style="text-align: center;"> \Downarrow -1 \searrow </div> <div style="text-align: center;"> $\Rightarrow -b$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> b \searrow </div> <div style="text-align: center;"> $+3$ \nearrow </div> <div style="text-align: center;"> $\Rightarrow +6b$ </div> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> $+5b$ </div>
$2a^2 + 7a + 3 = (2a + 1)(a + 3)$		$2b^2 + 5b - 3 = (2b - 1)(b + 3)$

CUBO PERFECTO DE BINOMIOS: para que una expresión algebraica ordenada con respecto a una letra sea el cubo de un binomio, tiene que cumplir las siguientes condiciones:

- Tener cuatro términos
 - El primer y último término sean cubos perfectos (tienen raíz cúbica exacta).
 - El segundo término es tres veces el producto del cuadrado de la raíz cúbica del primer término por la raíz cúbica del último término
 - El tercer término sea tres veces, el producto de la raíz del primer término por el cuadrado de la raíz del último término.
 - El primer y tercer términos son positivos, el segundo y el cuarto términos tienen el mismo signo (positivo o negativo).
- Si todos los términos son **positivos**, el polinomio dado es el cubo de la **suma** de las raíces cúbicas del primer y último términos. Y si los términos son alternadamente **positivos y negativos** el polinomio dado es el cubo de la **diferencia** de las raíces.

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$$

¡TEN EN CUENTA!

La raíz cúbica de un monomio se obtiene extrayendo la raíz cúbica de su coeficiente y dividiendo el exponente de cada letra entre 3. Si la raíz cúbica de $8a^3b^6$ es $2ab^2$. Por qué: $(2ab^2)^3 = (2ab^2)(2ab^2)(2ab^2) = 8a^3b^6$

Verificar si el siguiente polinomio es cubo perfecto y factorizarlo.

a) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ Verificar si la expresión cumple con las anteriores características.

Tiene cuatro términos.

La raíz cúbica de $\sqrt[3]{8x^3} = 2x$

La raíz cúbica de $\sqrt[3]{1} = 1$

$3(2x)^2(1) = 3(4x^2)(1) = 12x^2$, segundo término

$3(2x)(1)^2 = 6x$, tercer término

Cumple las condiciones y como todos sus términos son positivos, entonces la expresión dada es el cubo de $(2x + 1)$ o $(2x + 1)$ es la raíz cúbica de la expresión. Luego la solución es: $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = (2x + 1)^3$

b) $a^3 - 9a^2 + 27a - 27$ Los signos de los términos están alternados (+, -, +, -, +)

La raíz cúbica de $\sqrt[3]{a^3} = a$

La raíz cúbica de $\sqrt[3]{27} = 3$

$3(a^2)(3) = 9a^2$, segundo término

$3(a)(3^2) = 27a$, tercer término

Entonces $a^3 - 9a^2 + 27a - 27 = (a - 3)^3$

c) $48m^2n + 12mn^2 + 64m^3 + n^3$ ordenamos el polinomio en forma ascendente respecto a m

$$\begin{array}{ccccccc}
 64m^3 & + & 48m^2n & + & 12mn^2 & + & n^3 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \sqrt[3]{64m^3} = 4m & & & & & & \sqrt[3]{n^3} = n \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 3(4m)^2(n) = 48m^2n & & & & 3(4m)(n)^2 = 12mn^2 & &
 \end{array}$$

Como el polinomio cumple las condiciones entonces es un cubo perfecto, por lo tanto

$$64m^3 + 48m^2n + 12mn^2 + n^3 = (4m + n)^3$$

d) $125x^3 - 225x^2y + 125xy^2 - 27y^3 =$ Verificar si el polinomio es cubo perfecto

$$\begin{array}{ccccccc}
 125x^3 & - & 225x^2y & + & 125xy^2 & - & 27y^3 \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \sqrt[3]{125x^3} = 5x & & & & & & \sqrt[3]{27y^3} = 3y \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 3(5x)^2(3y) = 225x^2y & & & & 3(5x)(3y)^2 = 135xy^2 & & \text{No cumple la condición}
 \end{array}$$

Revisando el segundo y el tercer término, nos podemos dar cuenta que el tercer término No cumple las condiciones, por lo tanto, $125x^3 - 225x^2y + 125xy^2 - 27y^3 =$ No es un trinomio cuadrado perfecto

ACTIVIDAD

1. Factorizar

a) $15x^2 + 7x - 2$

b) $10x^2 + 19x - 56$

c) $12x^2 + 24x + 9$

d) $15x^2 + 33x - 36$

e) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

f) $x^6 + 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + y^6$

g) $m^3 - 15m^2 + 75m - 125$

h) $8 - 12a^2 + 6a^4 - a^6$

ÁREA: MATEMÁTICAS

EJE TEMÁTICO: TRANSFORMACIONES RÍGIDAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.

EBC: Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

DBA: Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.

EVIDENCIA: Compara figuras y argumenta la posibilidad de ser congruente o semejantes entre sí.

COMPONENTE GEOMÉTRICO – MÉTRICO

TRANSFORMACIONES RÍGIDAS DE FIGURAS GEOMÉTRICAS.

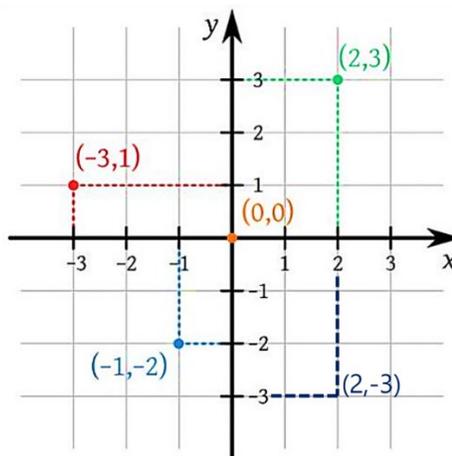
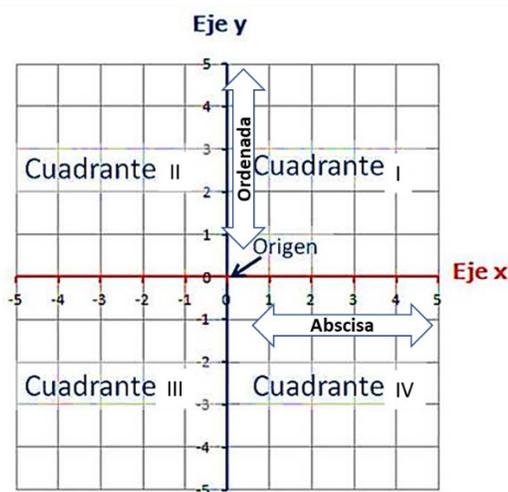
Una transformación es el movimiento de una figura en la red de coordenadas.

Recuerda que el plano de coordenadas está representado por la red de coordenadas. Así que cuando transformas figuras en un plano de coordenadas, las estás moviendo en una red de coordenadas.

Para recordar

Se llaman ejes coordenadas a las dos rectas perpendiculares que se interconectan en un punto del plano. Estas rectas reciben el nombre de **abscisa (x) y ordenada (y)**

Las coordenadas se forman asignando un determinado valor al eje "x" y otro valor al eje "y". Esto se representa de la siguiente manera: $P(x, y)$, es decir el primer número corresponde al eje de las "x" y el segundo al eje de las "y"



En este ejemplo, las coordenadas de los puntos en cada cuadrante son: en el cuadrante I, $P(2, 3)$; en el cuadrante II, $P(-3, 1)$; en el cuadrante III, $P(-1, -2)$ y en el cuadrante IV, $P(2, -3)$.

Las figuras se pueden transformar de tres maneras: una traslación, una reflexión o una rotación...

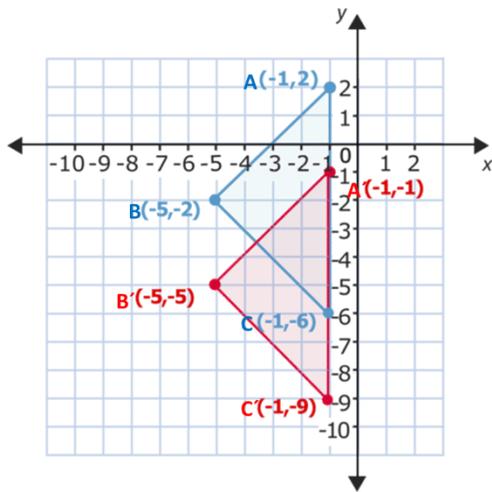
TRASLACIÓN: Es el movimiento directo de una figura en la que todos sus puntos: Se mueven en la misma dirección. Se mueven la misma distancia.

El resultado de una traslación es otra figura idéntica que se ha desplazado una distancia en una dirección determinada.

Una figura geométrica se traslada en el plano cuando cambia de posición sin girar. Una traslación está determinada por tres elementos:

Magnitud: indica cuantas unidades se traslada la figura

Dirección: indica a lo largo de cual recta se produce la traslación



Sentido: como a lo largo de una recta hay dos posibles sentidos, es necesario especificar sobre cual se produce la traslación (abajo, arriba; derecha o izquierda).

👉 Ejemplo:

Dado el polígono ABC de vértices **A (-1,2)**, **B (-5, -2)**, **C (-1, -6)** trasladar el polígono ABC 3 unidades, en dirección: vertical, sentido: abajo

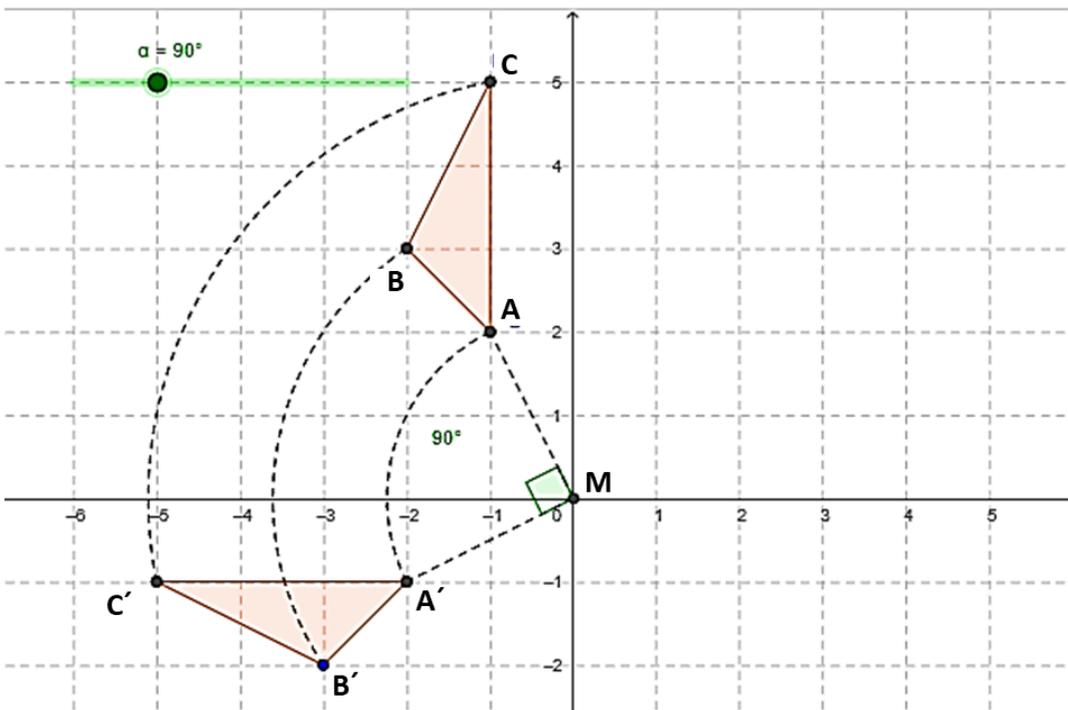
Al trasladar el polígono nos podemos dar cuenta que obtenemos nuevos vértices **A' (-1, -1)**, **B' (-5, -5)**, **C' (-1, -9)**

ROTACIÓN: Es una transformación rígida en el plano que consiste en girar una figura alrededor de un punto manteniendo la forma y el tamaño de la figura original.

para rotar una figura es necesario indicar tres elementos.

1. el ángulo de giro que debe expresarse en grados.
2. el sentido que puede ser en el sentido de las manecillas (negativo) del reloj o en sentido contrario (positivo).
3. el centro de rotación que corresponde al punto del cual se va a rotar la figura. el centro de rotación puede estar en el interior de la figura, en uno de sus vértices o en su exterior.

Ejemplo: Dado el polígono ABC de vértices **A (-1,2)**, **B (-2,3)**, **C (-1,5)** rotar el polígono 90° , en sentido positivo, con centro de rotación **M (0,0)**



REFLEXIÓN

Como su nombre lo indica, la reflexión tiene la cualidad de reflejar la imagen de un punto, línea, figura, polígono o de cualquier objeto mediante el efecto espejo.

La reflexión es el proceso de trasladar o copiar todos los puntos de una figura a otra posición equidistante (igual distancia) de una recta denominada eje de simetría (**eje de reflexión**). El resultado es una imagen especular (espejo) de la original.

Características de las reflexiones:

Un objeto y su reflexión son simétricos sobre la recta de reflexión.

Un objeto y su reflexión son congruentes.

Un objeto y su reflexión son similares.

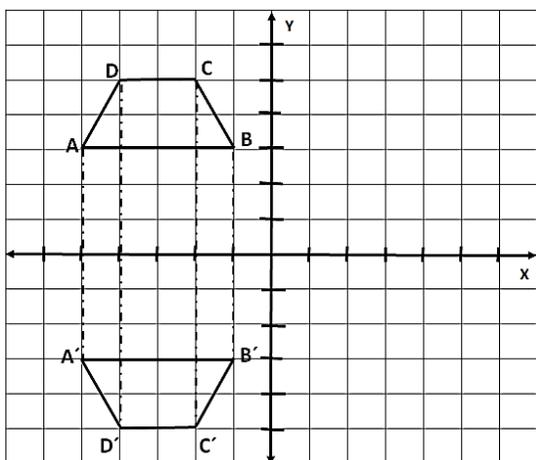
Si un objeto reflejado es otra vez de reflejado el objeto resultante es consiente con el objeto original.

Ejemplo:

1. Dado el polígono ABCD de vértices

A(-5, 3), B(-1,3), C(-2,5), D(-4,5)

hallar su reflexión sobre el eje **X**

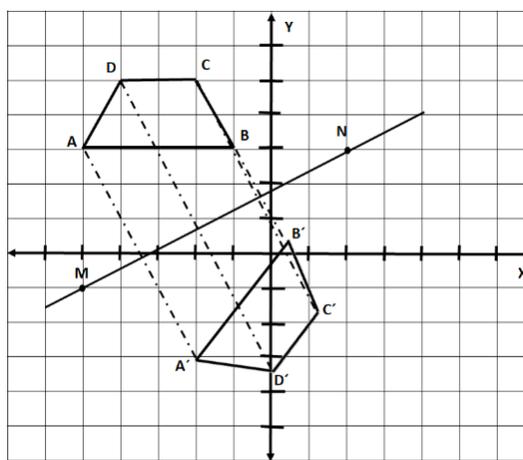


Si la línea de reflexión es el eje X, fácilmente podemos contar las unidades que existen entre el vértice de la figura y la línea de reflexión.

1. Dado el polígono ABCD de vértices **A(-5, 3),**

B(-1,3), C(-2,5), D(-4,5) hallar su reflexión

con relación a la recta que pasa por los puntos **M(-5,-1), N(2,3)**



Si la línea de reflexión es una recta, se traza una perpendicular desde cada uno de los vértices a la recta (eje de reflexión) de tal forma que se halla el punto simétrico de cada uno de los vértices de la figura.

ACTIVIDAD

Dado el polígono ABC de vértices **A (1,3), B (-3,3), C (-3,1)** realizar los siguientes movimientos en el plano:

- a) Trasladar el polígono ABC 6 unidades, en dirección: vertical, sentido: abajo
- b) Hallar la reflexión del polígono ABC sobre el eje y
- c) Rotar el polígono ABC 90° , en sentido negativo, con centro de rotación $O (2, - 2)$