INSTITUCION EDUCATIVA LAS FLORES

AREA: MATEMÁTICA **DOCENTE: RAÚL E. PINO** **GRADO: OCTAVO**

PLAN DE MEJORAMIENTO Y ACTIVIDADES

NÚMEROS REALES

N = {1, 2, 3, 4, 5, 6…}

Q = { $\frac{a}{b}$ / a ∈ z; b ∈ z; b ≠ 0} $-\frac{4}{15}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{15}, \frac{2}{5}$

Z = N ∪ {0} ∪ Z^-

I = {…**–** 0,101001000…; 0,246810…; 3,1415…}

Z = {…, **–** 4, **–**3, **–**2, **–**1, 0, 1, 2, 3, 4, 5…}

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

la suma de dos enteros positivos es positiva, ejemplo:

a. 8 + 7 = 15 **b. 3 + 4 + 6 = 13**

la suma de dos enteros negativos es negativa, ejemplo:

a. – 4 + (–8) = – 12 **b. –3 + (– 4) + (–8) = –15**

para sumar dos enteros de diferentes signos se restan sus valores absolutos y al resultado se le escribe el signo del entero con mayor valor absoluto, ejemplo:

a. – 12 + 5 = – 7 **b. 18 + (–12) = 6**

para sumar varios enteros, se suman aparte los positivos y aparte los negativos y se procede como en el caso anterior, ejemplo: **a. <u>8</u> – 4 <u>+ 2</u> – 5 = <u>10</u> – 9 = 1**

b. – 8 <u>+ 4</u> <u>+ 2</u> – 5 = <u>6</u> – 13 = –7

- de un número positivo restar otro positivo, ejemplo:

a. 30 – 12 = 18 **b. 14 – 20 = – 6**

- de un número positivo restar uno negativo, ejemplo:

a. 8 – (– 2) = 8 + 2 = 10

b. 6 – (– 9) = 6 + 9 = 15

- de un número negativo restar uno positivo, ejemplo:

a. – 8 – 7 = – 15 **b. – 4 – 5 = – 9**

- de un número negativo restar uno negativo, ejemplo:

a. – 8 – (–3) = – 8 + 3 = – 5 **b. – 12 – (–14) = – 12 + 14 = 2**

“Tú puedes aprender, simplemente necesitas:

Dedicación,
Constancia
y ganas

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

ES UNA COMBINACIÓN DE NÚMEROS, LETRAS, OPERADORES Y SIGNOS DE AGRUPACIÓN, EJEMPLO:

a. seis veces un número: 6x

b. La diferencia de dos números: a – b

Podrás encontrar una mayor explicación en

http://pinomat.jimdo.com/

CLASIFICACIÓN DE EXPRESIONES
ALGEBRAICAS

MONOMIO: EXPRESIÓN ALGEBRAICA QUE TIENE UN TÉRMINO
BINOMIO: EXPRESIÓN ALGEBRAICA QUE TIENE DOS TÉRMINOS
TRINOMIO: EXPRESIÓN ALGEBRAICA QUE TIENE TRES TÉRMINOS
POLINOMIO: EXPRESIÓN ALGEBRAICA QUE TIENE MÁS DE UN TÉRMINOS

VALOR NUMÉRICO

Es el número que resulta al sustituir las letras por números dados y efectuar después las operaciones indicadas. Ejemplo:

Hallar el valor numérico de las expresiones siguientes si: $a = 3$; $b = 2$; $c = 4$
a) $a + b + c$ cambio las letras por sus valores dados
$3 + 2 + 4 = 9$
b) $2a + 2bc$
$2.3 + 2.2.4$
$6 + 16 = 22$

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

TÉRMINOS SEMEJANTES: DOS TÉRMINOS SON SEMEJANTES CUANDO TIENEN LAS MISMAS LETRAS CON IGUALES EXPONENTES

- **$2a^3bx$ es semejante con $9a^3bx$**
- **$3ab^3x$ No es semejante con $3a^3bx$**

LA REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES ES UNA OPERACIÓN QUE TIENE POR OBJETO CONVERTIR A UN SOLO TÉRMINO VARIOS TÉRMINO SEMEJANTES, EJEMPLO:

a) $3x^2 + 5x^2 = 8x^2$
b) $-4m-3m-m = -8m$
c) $6x^a - x^a = -5x^a$
d) $2a - 5c + b - 3c + 5a - 2b = 7a - b - 8c$

ADICION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Sumamos términos semejantes es decir sumamos aquellos términos cuyas variables y exponentes sean iguales. Los pasos para hacer la suma son:
Paso 1: Elimine los paréntesis
Paso 2. Agrupe términos semejantes
Paso 3. Sume y reste los términos semejantes.
Ejemplo: Halla la suma de:
$(x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (4x^3 - 5x^2 + 3) =$
$x^3 + 2x^2 - 5x + 7 + 4x^3 - 5x^2 + 3 = (x^3 + 4x^3) + (2x^2 - 5x^2) - 5x + (7 + 3)$
$= 5x^3 - 3x^2 - 5x + 10$

SUSTRACCION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Funciona igual que la suma solo hay que tener en cuenta que el signo negativo antes del los paréntesis cambia el signo de los términos dentro del paréntesis. **Ejemplo:**
$(x^3 + 2x^2 - 5x + 7) - (4x^3 - 5x^2 + 3)$

Paso 1: Si un paréntesis tiene antepuesto o detrás un signo negativo, afecte los signos dentro del paréntesis cambiándolos por el opuesto y reemplaza el signo negativo que se encuentra antes del paréntesis por uno positivo.
$$-(4x^3 - 5x^2 + 3) = +(-4x^3 + 5x^2 - 3)$$
Paso 2: Elimine los paréntesis. Para hacerlo solo escriba los términos que están dentro del los paréntesis con sus signos correspondientes e ignore el signo + que entre los dos paréntesis.
Paso 3: Agrupe los términos semejantes es decir los términos con iguales variables e iguales exponentes.
Paso 4: Sume y reste los términos semejantes.

$(x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (4x^3 - 5x^2 + 3) =$
$(x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (-4x^3 + 5x^2 - 3) = x^3 + 2x^2 - 5x + 7 - 4x^3 + 5x^2 - 3$
$= (x^3 - 4x^3) + (2x^2 + 5x^2) - 5x + (7 - 3)$
$= -3x^3 + 7x^2 - 5x + 4$

MULTIPLICACION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Multiplicación de monomio por polinomio: Multiplicamos la parte numérica y se suman los exponentes de los coeficientes literales

$-5x^2(2x^3 + 3x - 1) = (-5x^2)(2x^3) + (-5x^2)(3x) + (-5x^2)(-1)$

$= -10x^5 - 15x^3 + 5x^2$

Multiplicación de polinomios:
$(-3x + 1)(2x^2 + x + 1) = -3x(2x^2 + x + 1) + 1)(2x^2 + x + 1)$

$= (-3x)(2x^2) + (-3x)(x) + (-3x)(1) + (1)(2x^2) + (1)(x) + (1)(1)$

$= -6x^3 - 3x^2 - 3x + 2x^2 + x + 1$ se reducen los términos semejantes

$= -6x^3 - x^2 - 2x + 1$

Método vertical

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x + 1 \\ \underline{-3x + 1} \\ -6x^3 - 3x^2 - 3x \\ \underline{2x^2 + x + 1} \\ -6x^3 - x^2 - 2x + 1 \end{array}$$

Podrás encontrar una mayor explicación en

http://pinomat.jimdo.com/

PRODUCTOS NOTABLES

CUADRADO DE UN BINOMIO

Cuadrado de una suma: Teniendo en cuenta las potencias...
$\mathbf{(x + y)^2} = (x + y)(x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = \mathbf{x^2 + 2xy + y^2}$

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad más el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad. Ejemplo:
$(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

$(3x^2 + 5y^3)^2 = (3x^2)^2 + 2 \cdot 3x^2 \cdot 5y^3 + (5y^3)^2 = 9x^4 + 30x^2y^3 + 25y^6$

Cuadrado de una diferencia: Teniendo en cuenta las potencias...
$\mathbf{(x - y)^2} = (x - y)(x - y) = x^2 - xy - yx + y^2 = \mathbf{x^2 - 2xy + y^2}$
El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el doble de la primera cantidad por la segunda más el cuadrado de la segunda cantidad.

$(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

$(3x^2 - 5y^3)^2 = (3x^2)^2 - 2 \cdot 3x^2 \cdot 5y^3 + (5y^3)^2 = 9x^4 - 30x^2y^3 + 25y^6$

CUBO DE UN BINOMIO

Cubo de una suma: El cubo de la suma de dos términos es igual al cubo del primer término más el triple del cuadrado del primer término por el segundo término más el triple del primer término por el cuadrado del segundo término más el cubo del segundo término.
$\mathbf{(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$
Ejemplo: $(x + 3)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 + 3^3$
$= x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

Cubo de una diferencia: El cubo de la diferencia de dos términos es igual al cubo del primer término menos el triple del cuadrado del primer término por el segundo término más el triple del primer término por el cuadrado del segundo término menos el cubo del segundo término.
$\mathbf{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$
Ejemplo: $(2x - 3)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 3^2$
$= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

SUMA POR DIFERENCIA: El producto de una suma $(a + b)$ por la diferencia $(a - b)$, es igual al cuadrado del primer término, menos el cuadrado del segundo término. Es decir

$\mathbf{(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2}$ Ejemplo:

1). $(2x + 5) \cdot (2x - 5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$ **2).** $(3x - 2) \cdot (3x + 2) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$

PRODUCTO DE LA FORMA (x + a)(x – b): “Cuadrado del primer término, más la suma de los términos distintos multiplicada por el término común y más el producto de los términos distintos” es decir. **(x+b)(x+d) = X² + (b+d)X + bd**

Ejemplos: a). $(x+3)\cdot(x+2)=x^2+(3+2)x+3\cdot 2=x^2+5x+6$ observa que $\begin{cases}3+5=5\\ 3\cdot 2=6\end{cases}$

b. $(a+8)\cdot(a-7)=a^2+(8-7)a+8\cdot(-7)=a^2+a-56$, observa que $\begin{cases}8+(-7)=1\\ 8\cdot(-7)=\ -56\end{cases}$

DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

División de monomios: Para dividir monomios se resta los exponentes de las potencias de misma base siguiendo la ley de los exponentes: $\frac{a^m}{a^n}=\ a^{m-n}$

Ejemplo: $\frac{4\,ax^4y^3}{2x^2y}=\ 2ax^{4-2}\,y^{3-2}$ $=2ax^2\,y$

División de un polinomio por un monomio: Para dividir un polinomio entre un monomio basta con dividir cada uno de los términos del dividendo entre el término del divisor.

Ejemplo: $\frac{12x^4y+8x^3y-24x^2y}{4xy}=\ \frac{12x^4y}{4xy}+\frac{8x^3y}{4xy}-\ \frac{24x^2y}{4xy}$

Restando los exponentes de las potencias de la misma base se obtiene el resultado:

$\frac{12x^4y+8x^3y-24x^2y}{4xy}=3x^3+2x^2-6x$

CASOS DE FACTORIZACIÓN

FACTOR COMÚN: Cuando se tiene una expresión de dos o más términos algebraicos y si se presenta algún término común, hallamos el m.c.d del polinomio, tanto en la parte literal como de la numérica, es decir, el común en cada uno de los términos, entonces se puede sacar este término como factor común. Ejemplo:

$18a^3b^4y + 12a^5b^2x^2$ Divisores del **18**: 1, 2, 3, $\boxed{6}$, 9, 18

M.C.D. Divisores del **12**: 1, 2, 3, 4, $\boxed{6}$, 12

Se toma el mayor de los divisores, en este caso 6

En la parte literal se elige como factor común el de menor exponente $18a^3b^4y + 12a^5b^2x^2$ → a^3 b^2

Entonces el factor común es $6a^3b^2$

Dividir la expresión algebraica original entre el factor común.

$18a^3b^4y + 12a^5b^2x^2$ **$= 6a^3b^2(3b^2y + 2a^2x^2)$**

$\frac{18a^3b^4y}{6a^3b^2}=3b^2y$ $\frac{12a^5b^2x^2}{6a^3b^2}=2a^2x^2$

FACTOR COMÚN POR AGRUPACION DE TÉRMINOS: En una expresión de dos, cuatro, seis o un número par de términos es posible asociar por medio de paréntesis de dos en dos o de tres en tres o de cuatro en cuatro de acuerdo al número de términos de la expresión original. Se debe dar que cada uno de estos paréntesis que contiene dos, o tres o más términos se le pueda sacar un factor común y se debe dar que lo que queda en los paréntesis sea lo mismo para todos los paréntesis o el factor común de todos los paréntesis sea el mismo y este será el factor común. Ejemplo: $a^2 + ab + ax + bx = (a^2 + ab) + (ax + bx)$

$= a(a + b) + x(a + b)$
$=(a + b)\ (a + x)$

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO: Una expresión se denomina trinomio cuadrado perfecto cuando consta de tres términos donde el primero y tercer términos son cuadrados perfectos (tienen raíz cuadrada exacta) y positivos, y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas.
Se extrae la raíz cuadrada del primer y tercer término y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado se eleva al cuadrado. Ejemplo:

$16x^2 + 24xy + 9y^2 = (4x + 3y)^2$

$\sqrt{16x^2} = 4x$

$2.4x.3y = \boxed{24xy}$

$\sqrt{9y^2} = 3y$

Podrás encontrar una mayor explicación en

http://pinomat.jimdo.com/

DIFERENCIA DE CUADRADOS: Para factorizar una diferencia de cuadrados perfectos se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo y se multiplican entre si la suma por la diferencia de dichas raíces, es decir: $\mathbf{a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)}$. Ejemplo:

$9 - 25x^2 = (3 + 5x)(3 - 5x)$

$\sqrt{9} = 3$

$\sqrt{25x^2} = 5x$

TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$: Esta clase de trinomio se caracteriza por lo siguiente: El primer término tiene como coeficiente 1 y la variable esta al cuadrado.

-El segundo término tiene coeficiente entero de cualquier valor y signo y la misma variable.
-El tercer término es independiente (no contiene la variable). Para factorizar este trinomio se deben abrir dos factores que sean binomios, y donde el primer término de cada binomio es la variable y el segundo término en cada uno de los factores (paréntesis), son dos números, uno en cada paréntesis de tal forma que la suma de los dos del coeficiente del segundo término del trinomio y la multiplicación de los dos del tercer término del trinomio, el signo del segundo término de cada factor depende de lo siguiente:

° Si el signo del tercer término es negativo, entonces uno será positivo y el otro negativo, el mayor de los dos números llevara el signo del segundo término del trinomio y el otro número llevara el signo contrario.
° Si el signo del tercer término es positivo, entonces los dos signos serán iguales (positivos o negativos), serán el signo del segundo término del trinomio. En general

- $\mathbf{x + bx + c = (x + q)\,(x + s)}$
- $\mathbf{x - bx + c = (x - q)\,(x - s)}$
- $\mathbf{x - bx - c = (x - q)\,(x + s)}$ **Donde b, c, q, s $\in$ Z**

Ejemplo:

1) $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)\,(x + 2)$ **2)** $x^2 - 7x + 12 = (x - 4)\,(x - 3)$

3) $x^2 - 5x - 14 = (x - 7)\,(x + 2)$

TRINOMIO DE LA FORMA $ax^2 + bx + c$: Este trinomio se diferencia del trinomio cuadrado perfecto en que el primer término puede tener coeficiente diferente de 1.
Se procede de la siguiente forma:
Se multiplica todo el trinomio por el coeficiente del primer término, de esta forma se convierte en un trinomio de la forma: $\mathbf{x^2 + bx + c}$ y se divide por el mismo coeficiente. Se factoriza el trinomio en la parte superior del fraccionario y se simplifica con el número que esta como denominador.
Ejemplo:

$$2x^2 + 7x + 3 = \frac{2(2x^2 + 7x + 3)}{2}$$
$$= \frac{(2x)^2 + 7x\,(2) + 6}{2}$$
$$= \frac{(2x + 6)\,(2x + 1)}{2}$$
$$= \frac{\cancel{2}(x + 3)\,(2x + 1)}{\cancel{2}} = (x + 3)\,(2x + 1)$$

"CON GANAS Y VOLUNTAD TODO ES POSIBLE"

ECUACIONES: Una ecuación es una igualdad que sólo se verifica para unos valores concretos de una variable, generalmente llamada x.

Resolver una ecuación consiste en hallar los valores de la variable que hacen cierta la igualdad.
Recuerda:
Si un elemento está sumando en un miembro pasa al otro restando. Si está restando pasa sumado.
Si un número multiplica a **todos** los elementos de un miembro pasa al otro dividiendo y si los divise pasa multiplicando.

a) $X + 6 = 10$
$x = 10 - 6$
$X = 4$

b) $X - 10 = 15$
$x = 15 + 10$
$X = 25$

c) $5 \cdot X = 30$
$x = \frac{30}{5}$
$X = 6$

d) $\frac{x}{7} = 8$
$x = 8 \cdot 7$
$X = 56$

INSTITUCION EDUCATIVA LAS FLORES

AREA: MATEMÁTICA **DOCENTE: RAÚL E. PINO** **GRADO: OCTAVO**

ACTIVIDADES

1. Resolver la siguientes operaciones entre enteros:

a. $8 + 3 =$ b. $-6 + 8 =$ c. $6 + 8 =$ d. $2 - (-4) =$
e. $-2 - 4 =$ f. $8 - (-5) =$ g. $-8 - 5 =$ h. $-4 + 5 + 8 - 7 =$
i. $-3 + 4 =$ j. $2 - 3 + 6 - 7 =$

2. Representa los enunciados en forma de expresiones algebraicas:

a. Tres veces un número más tres
b. El producto de dos números elevados al cuadrado
c. Cinco veces un número menos cinco
d. El cociente de dos números

3. Si $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$ encuentra el valor numérico para:

a. $3x^2 =$
b. $X + z - y =$
c. $xy - zy =$
d. $3x - 3y - 3z + z^x =$

Podrás encontrar una mayor explicación en

http://pinomat.jimdo.com/

4. Reducir los siguientes polinomios

1). $8a + 12a + 8a =$ 2). $-4m - m - 4m =$ 3). $4x^2 + 2x^2 - x^2 - 7x^2 + 4x^2 =$
4). $5xy^2 - 5 - 4x^2y - 8x^2y + 3xy^2 - 4xy^2 - 6 =$

5. Resolver.

1). $(5x^5 + 4x^2 + 6x - 5) + (2x^4 - 3x^2 + 6x + 4) =$ 3). $(3x^3 - 2x^4 + 5x - 8) + (2x^4 - 3x + 6x^3 + 4) =$

2). $(5x^5 + 3x - 6x^2 + 6) + (2x - 5x^2 + 8x^3 - 4) =$ 4). $(6x^4 + 8x^3 + 5 - 2x) + (3x^2 - 7x^3 + 8x) =$

6. Hallar el resultado de

1). $(5x^5 + 4x^2 + 6x - 5) - (2x^4 - 3x^2 + 6x + 4) =$ 3). $(3x^3 - 2x^4 + 5x - 8) - (2x^4 - 3x + 6x^3 + 4) =$

2). $(5x^5 + 3x - 6x^2 + 6) - (2x - 5x^2 + 8x^3 - 4) =$ 4). $(6x^4 + 8x^3 + 5 - 2x) - (3x^2 - 7x^3 + 8x) =$

7. Hallar el producto de las siguientes expresiones algebraicas.

1). $3ab^2x^3(-5a^3b^3x^2) =$ 3). $4m^5(-3m^2n)(-5mn^3) =$

2). $5a(a^2 - 4ab + 3b^2) =$ 4). $-4xy^2(2xy^2 + xy^4 - 3x^3y^3) =$

8. Hallar el producto notable de

1). $(x + y^2)^2 =$ 2). $(x^3 + 2y)^2 =$ 3). $(x + 5) \cdot (x - 8) =$ 4). $(x - 4) \cdot (3x - 6) =$

9. Hallar el cociente de las siguientes expresiones algebraicas

1) $\frac{20x^6}{5x^4}$ 2) $\frac{18a^5b^4}{6a^3b^3}$ 3) $\frac{4x^4 + 2x^6 + 6x^5}{2x^3}$ 4) $\frac{4m^4 - 24m^7 + 8m^8}{4m^3}$

10. Factorizar

1). $8m^3n^4 + 2m^5n^2 =$ 2). $m^2 + mn + myn^2 =$ 3). $x^2 + 6x + 9 =$ 4) $16x^2 - 24xy + 9y^2 =$

11. Descomponer en dos factores 1) $25 - x^2 =$ 2) $x^2 - 4y^2 =$ 3) $x^2 + x - 2 =$ 4) $x^2 - 5x + 6 =$

12. Hallar el valor de la incógnita.

1). $2x - 8 = 0$ 2). $7x - 7 = 28$ 3). $x - 3 = 2(x + 1) + 3$

4). tres veces la edad de Juanita más los 10 años de Pedro, da 28 años. ¿Cuál es la edad de Juanita?